

## 多点磁场协同探测反演电离层电流密度

高睿<sup>1,2</sup> 李磊<sup>1</sup> 张艺腾<sup>1</sup> 刘学旺<sup>1,2</sup> 李明涛<sup>1</sup>

1 (中国科学院国家空间科学中心 北京 100190)

2 (中国科学院大学 北京 100049)

摘要: 相比传统的单点磁场探测, 多点磁场协同探测可以同时获得各测点磁场, 消除了探测磁场随时间的变化, 更好的计算空间电流密度。本文根据由多点磁场反演计算空间电流密度的计算方法, 开展了数值仿真分析, 分析了卫星编队数量、卫星编队构型、卫星定位偏差、卫星姿态测量误差、磁场测量误差、外部磁场强度、外部电流密度等对电流反演误差的影响。仿真结果表明, 5 星编队优于 4 星编队, 在 5 星编队条件下, 卫星姿态测量误差和外部磁场强度是反演误差的主要来源, 卫星编队构型也是反演误差的重要来源。根据仿真结果, 当卫星姿态误差  $0.001^\circ$ 、编队尺度约 100km 时, 赤道区域电流密度反演相对误差约 24%。

关键字: 多点探测, 磁场探测, 电离层电流密度

Abstract: Multi-point synchronous magnetic field measurements can give more accurate space current density compared with the traditional single-point measurement, since multi-point measurement can eliminate the temporal change in the magnetic field. Based on the current density inversion method for multi-point magnetic field measurements, through simulation, several factors affecting space current density inversion are analyzed, such as the number of satellites, satellite formation configuration, satellite positioning precision, satellite attitude determination error, magnetic field measurement accuracy, external magnetic field intensity, external current density and so on. It is shown that 5-point measurements are better than 4-point measurements, and error in attitude determination and external magnetic field intensity are the main factors causing the error in current density inverted, while satellite formation configuration is also an important factor. According to the simulation, the maximum error in current density is less than 24% near the equator when the attitude determination error is  $0.001^\circ$  and the scale of the satellite formation is about 100km.

Key words: multi-point observation, magnetic field measurement, ionospheric current density

## 1. 引言

空间磁场探测一直是开展空间科学研究的主要手段之一，已经有近 50 年的历史。根据空间磁场的探测结果，可建立磁场模型，开展空间磁场变化响应的研究，如建立地球主磁场模型，研究磁场在扰动过程中的变化、对上游空间事件的响应，开展和空间等离子体的相关研究等等<sup>[1,2,3]</sup>。

传统的空间磁场探测多采用单颗卫星就位探测的方式，随着卫星的运动，磁场探测结果耦合了磁场随时间的变化与磁场在空间的分布。如采用卫星路径上各点的测量磁场计算电流密度，因为电流密度只和磁场的空间分布有关<sup>[4]</sup>，所以必须忽略磁场随时间的变化。而通过多颗卫星编队实现多点协同磁场探测，则可消除磁场随时间的变化。

随着卫星编队技术的发展，开展多点协同探测已经成为磁场探测的一项重要手段，其中最具有代表性的为 Cluster 项目<sup>[5]</sup>。2000 年发射的 Cluster 由四颗卫星组成，携带了磁强计等 11 种科学仪器。通过其四面体构形，开展了等离子体边界、立体结构和电流密度等一系列观测。Cluster 促成了多项重要科学发现，开启了利用分布式卫星组网开展科学研究的新纪元。中国随后开展的双星计划与 Cluster 计划配合，开展了人类历史上首次 6 点立体探测，对地球磁层进行多时空、多尺度探测研究<sup>[6]</sup>。分布式卫星组网观测反映的是卫星编队空间尺度内的平均电流密度，Cluster 星间距约 600 到 20000 千米，而双星一颗是极轨星，一颗是赤道星，它们的联合不能对较小尺度的物理现象开展有效观测，尤其是极区附近，由于磁场结构变化较大，电流分布复杂，其内部通常存在尺度较小的物理现象<sup>[7]</sup>。再如 2007 年发射的 THEMIS 由五颗卫星组成，采用了大尺度连线组网，远地点分别为  $10R_e$ 、 $20R_e$  和  $30R_e$ ，每 4 天会在磁尾连成一条直线。这种大尺度的组网有利于研究全球性物理过程及磁尾物理过程，可以用来研究磁尾物理过程的时序<sup>[8]</sup>，但同样不适合研究精细结构、电流密度分布。

在极区附近，磁场及等离子体变化强烈，存在大量粒子上行及下行现象。通常条件下，极区场向电流的电流密度在  $1 \mu \text{Am}^{-2}$  以上，电流片厚度约几百公里<sup>[9]</sup>，通过多点协同探测消除磁场随时间的变化，根据磁场的空间分布，可以获得较高精度的电流密度分布。极区附近存在大量小尺度的精细结构，开展极区附近小尺

度的磁场结构、电离层电流密度分布等研究对于研究磁层电离层耦合、电离层对上游太阳风的响应等问题具有重要意义。

电离层中电子和离子在各种力的驱动下向不同方向运动就会产生电流。电离层中主要的驱动力来源有中性风与带电粒子的碰撞、重力、以及压强梯度，所以电离层中的主要电流形式也即中性风电流、重力漂移电流和压强梯度电流（抗磁电流）。其中中性风电流主要集中在 E 层（发电机层）约 90-150km 左右的高度范围内，而后随着高度增加而迅速减小。重力漂移电流和压强梯度电流在 E 层较小，随着高度增加而逐渐增大，在约 400km 高度达到极值，是 F 层中主要的电流形式。综合来看，电离层电流密度在日间的低纬度较大，在 E 层可达几千  $\text{nAm}^{-2}$ ，在 400km 高度约为几十  $\text{nAm}^{-2}$  [10,11]，具体强度和电离层活动及太阳活动强度密切相关。

本文将探讨多点磁场探测反演计算电离层电流密度的方法，及影响电流密度反演误差的关键因素。

## 2. 计算方法

在空间等离子体中，位移电流通常可以忽略，根据安培定律可以计算空间电流密度： $\mu_0 \mathbf{j} = \nabla \times \mathbf{B}$ 。根据多颗卫星的磁场观测数据，可计算处于各测量点几何重心处的磁场梯度张量，从而得到磁场旋度和电流密度[12,13]。

磁场的梯度张量  $\nabla \mathbf{B}$  表示为：

$$\nabla \mathbf{B} = \begin{bmatrix} \frac{\partial B_x}{\partial x} & \frac{\partial B_x}{\partial y} & \frac{\partial B_x}{\partial z} \\ \frac{\partial B_y}{\partial x} & \frac{\partial B_y}{\partial y} & \frac{\partial B_y}{\partial z} \\ \frac{\partial B_z}{\partial x} & \frac{\partial B_z}{\partial y} & \frac{\partial B_z}{\partial z} \end{bmatrix} \quad (1)$$

在以各卫星位置的几何重心为原点的坐标系内，假设各卫星的空间位置为  $\mathbf{r}_\alpha$ ，（ $\alpha = 1, 2, \dots, N$ ），则有  $\frac{1}{N} \sum_{\alpha=1}^N \mathbf{r}_\alpha = \mathbf{0}$ 。将各卫星测得的磁场值在 origin 处展开，有

$$\mathbf{B}_{\alpha i} = \mathbf{B}_{ci} + (\partial_j B_i)_c \mathbf{r}_{\alpha j} + \frac{1}{2} (\partial_j \partial_k B_i)_c \mathbf{r}_{\alpha j} \mathbf{r}_{\alpha k} + \dots \quad (2)$$

下标  $c$  表示该量在 origin 处的值,  $i, j, k$  代表三个方向,  $\partial_j \mathbf{B}_i$  表示磁场的  $i$  方向分量在  $j$  方向的偏导数,  $\alpha$  表示卫星编号。

将上式两边同乘以  $\mathbf{r}_{\alpha l}$ ,  $l$  代表三个方向, 再求和平均, 则有

$$\begin{aligned} \frac{1}{N} \sum_{\alpha=1}^N \mathbf{B}_{\alpha i} \mathbf{r}_{\alpha l} = \\ \mathbf{B}_{ci} \frac{1}{N} \sum_{\alpha=1}^N \mathbf{r}_{\alpha l} + (\partial_j \mathbf{B}_i)_c \frac{1}{N} \sum_{\alpha=1}^N r_{\alpha j} \mathbf{r}_{\alpha l} + \frac{1}{2} (\partial_j \partial_k \mathbf{B}_i)_c \frac{1}{N} \sum_{\alpha=1}^N r_{\alpha j} r_{\alpha k} \mathbf{r}_{\alpha l} + \dots \end{aligned} \quad (3)$$

令  $\mathbf{B} = [\mathbf{B}_1 \mathbf{B}_2 \dots \mathbf{B}_N]$ , 其中  $\mathbf{B}_\alpha$  为列向量,  $\mathbf{B}_\alpha = [\mathbf{B}_{\alpha i} \mathbf{B}_{\alpha j} \mathbf{B}_{\alpha k}]^T$  表示  $\alpha$  卫星测得的磁场值。令  $\mathbf{r} = [\mathbf{r}_1 \mathbf{r}_2 \dots \mathbf{r}_N]^T$ , 其中  $\mathbf{r}_\alpha$  为列向量,  $\mathbf{r}_\alpha = [r_{\alpha i} r_{\alpha j} r_{\alpha k}]^T$  表示  $\alpha$  卫星的位置, 上标  $T$  表示转置。定义卫星编队构型的体积张量  $\mathbf{R} = \mathbf{r}^T \mathbf{r} / N$ , 即

$$R_{ij} = \frac{1}{N} \sum_{\alpha=1}^N r_{\alpha i} r_{\alpha j} \quad (4)$$

根据  $\frac{1}{N} \sum_{\alpha=1}^N \mathbf{r}_\alpha = \mathbf{0}$  并省略高阶项, 则有

$$\frac{1}{N} \mathbf{B} \mathbf{r} = \mathbf{g} \mathbf{R} \quad (5)$$

即

$$\mathbf{g} = \frac{1}{N} \mathbf{B} \mathbf{r} \mathbf{R}^{-1} \quad (6)$$

式中  $\mathbf{g}$  表示几何重心处的磁场梯度张量,  $g_{ij} = (\partial_j \mathbf{B}_i)_c$ 。

省略的高阶项量级为  $O(L/D^2)$ ,  $D$  为磁场变化的空间尺度,  $L$  为测量点间距的尺度。可以看出, 当  $L \ll D$  时, 可利用上述方法求磁场旋度。

### 3. 数值仿真

在仿真过程中, 预设卫星编队的轨道、背景磁场与背景电流密度分布, 仿真

磁场的探测数据，并据此反演空间电流密度，考察影响反演误差的相关要素。

卫星编队采用了近地点 500 千米，远地点 1500 千米的椭圆极轨，星间距 10~100 千米，通过 13.5 个轨道周期覆盖全部地方时。在地理坐标系中（X 轴在地球的赤道平面上，通过零经度子午圈，Z 轴平行自转轴，Y 轴由右手关系确定）卫星编队中心的飞行轨迹如图 1 所示。

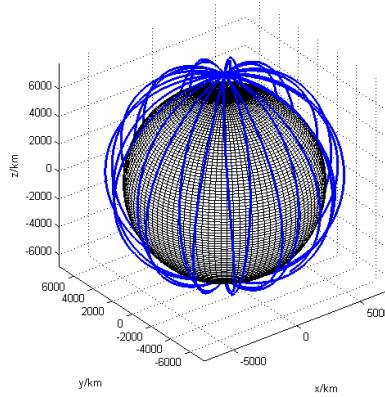


图 1 地理坐标系中卫星编队中心的飞行轨迹示意图

Fig1. Orbit of the center of the satellite cluster

卫星编队采用了非扁平化设计：在 4 颗卫星构成 4 面体构型的基础上，增加 1 颗星作为行星伴飞。由于轨道及编队构型的演化，4 面体编队在一定区域内会退化到同一平面内，通过设计伴飞的行星可以维持 5 颗星编队在所有区域内均保持较好的立体构型。

背景磁场为地磁场与电离层磁场之和，地磁场采用了 IGRF 地磁模型<sup>[14]</sup>，电离层磁场根据 U. Engels<sup>[15]</sup>提出的一个磁场与电流耦合的模型计算，该模型同时提供了空间磁场与空间电流的解析表达式，且磁场的分布满足由本模型电流分布计算的毕奥萨伐定律的结果，非常适合对反演计算进行验算。该磁场模型在球坐标中可写为：

$$\begin{cases} B_r(r, \theta, \lambda) = \frac{i\mu_0 J_0 R_E}{4\sqrt{3}} \cdot \left\{ -2 \left[ \left( \frac{R_E}{r} \right)^3 - \frac{6}{5} \left( \frac{R_E}{r} \right)^4 \right] P_2^2 e^{2i\lambda} \right\} \\ B_\theta(r, \theta, \lambda) = \frac{i\mu_0 J_0 R_E}{4\sqrt{3}} \cdot \left\{ \left[ \left( \frac{R_E}{r} \right)^3 - \frac{4}{5} \left( \frac{R_E}{r} \right)^4 \right] \frac{dP_2^2}{d\theta} e^{2i\lambda} \right\} \\ B_\lambda(r, \theta, \lambda) = \frac{i\mu_0 J_0 R_E}{4\sqrt{3}} \cdot \left\{ \left[ \left( \frac{R_E}{r} \right)^3 \cos^2 \theta - \frac{4}{5} \left( \frac{R_E}{r} \right)^4 \right] \frac{2i}{\sin \theta} P_2^2 e^{2i\lambda} \right\} \end{cases}, r \geq R_E \quad (7)$$

上式中  $P_2^2$  为施密特形式缔合勒让德函数， $R_E$  为地球半径， $\theta$  为余纬， $\lambda$  为经度。

由于地磁场无旋，所以背景电流均来自电离层，上述模型中的电流模型在球坐标

中可写为:

$$\begin{cases} J_r(r, \theta, \lambda) = J_0 \left(\frac{R_E}{r}\right)^4 \sin^2 \theta \cos \theta e^{2i\lambda} \\ J_\theta(r, \theta, \lambda) = \frac{1}{2} J_0 \left(\frac{R_E}{r}\right)^4 \sin^3 \theta e^{2i\lambda} \quad , r \geq R_E, \\ J_\lambda(r, \theta, \lambda) = 0 \end{cases} \quad (8)$$

此处  $J_0$  为控制系数。沿着飞行轨迹的背景电流密度分布如图 2 所示。根据 U. Engels 电流模型的设计, 电流密度分别在  $\lambda = 0, 180, \pm 90, \theta = 90$  处最强。

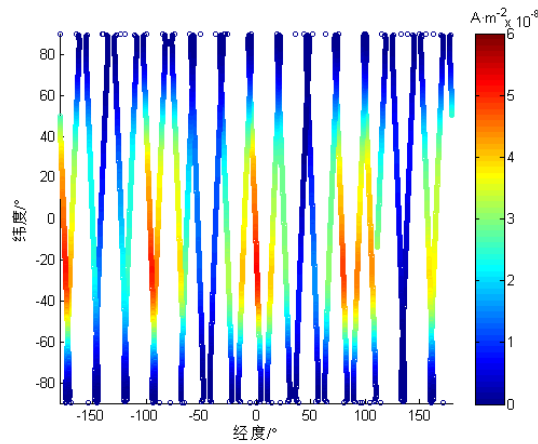


图 2 在卫星轨道上模型计算的电流密度强度分布

Fig2. Distribution of the strength of current density on the orbit

多点磁场协同探测反演电离层电流密度的反演误差受到很多探测要素的影响。在预设的卫星编队及轨道和各测量参数误差的典型值条件下 (卫星姿态测量的误差  $0.001^\circ$ 、卫星定位的误差  $1\text{cm}$ 、磁场探测的误差  $0.1\text{nT}$ )，反演的电流密度分布及反演误差分布如下图所示。反演误差是随机误差条件下反演电流密度与背景电流密度之差的模的数学期望。反演电流密度同样呈现 4 个集中分布的电流区域，基本反映了电流密度的整体分布，反演误差整体较低, 较大误差出现在南纬  $60$  度附近。

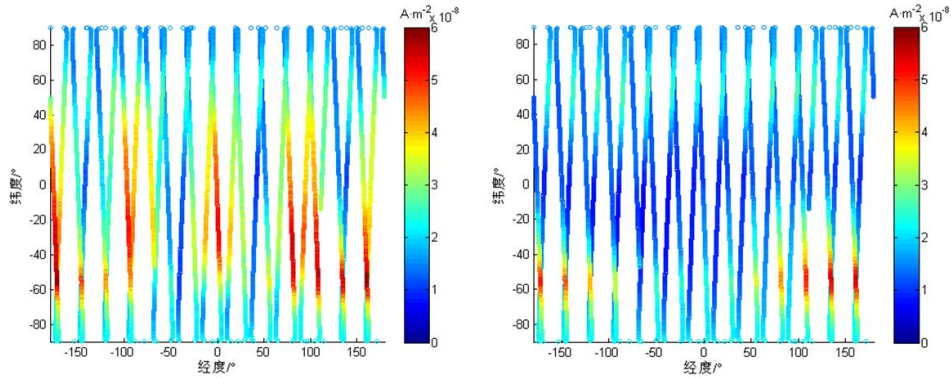


图 3 反演电流密度的分布（左）和反演误差分布（右）

Fig3. Distributions of the inverse current density and the error on orbit

#### 4. 误差分析及讨论

影响磁场反演电流密度误差的因素包括：卫星编队的构型、卫星的数量、卫星姿态测量的误差、卫星定位的误差、磁场探测的误差、外部磁场的强度及外部电流密度的强度等等。

##### 4.1. 卫星编队构型

卫星编队构型的体积张量  $\mathbf{R}$  的特征值由大到小依次为  $a^2$ 、 $b^2$ 、 $c^2$ ，代表编队构型在三个方向上的空间尺度，E 为延长度 (Elongation)， $\mathbf{E} = \mathbf{1} - \left(\frac{b}{a}\right)$ ，P 为平面度 (planarity)， $\mathbf{P} = \mathbf{1} - \left(\frac{c}{b}\right)$ 。在卫星编队的飞行过程中，构型是不断演化的，当构型在某一个方向上逐渐扁平化时，该方向的磁场三分量的空间偏导数的计算误差将会变大，从而影响磁场旋度中其他两个方向的计算精度，导致其他两个方向的电流密度分量的误差变大。通常构型的评价指数为 E-P 组合，下图展示了 Robert P<sup>[16]</sup> 等人根据不同构型得出的电流密度误差散布图，圈的大小和颜色表示相对误差的大小。

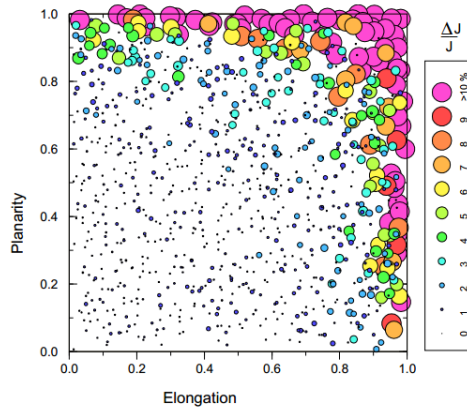


图 4 卫星编队构型评价指数 E-P 与电流密度截断误差相对比例的散布图<sup>[16]</sup>

Fig4. The relationship between the E-P values of the shape and the relative truncation errors of the current density

从上图可以看出，E、P 越大，反演误差越大，且反演误差随 E、P 值大致呈弧形分布，所以本文采用  $d = \sqrt{E^2 + P^2}$  作为构型指数，对卫星编队构型进行评价。

d 较小时，构型饱满；d 较大时，构型扁平。一般而言，卫星编队构型越饱满，电流反演误差越小，构型越扁平，误差越大。

#### 4.2. 卫星数量

卫星编队构型的饱满程度对电流密度的反演误差有明显影响。反演计算三维电流密度矢量，应保持至少 4 颗卫星编队，并组成饱满的四面体构型。但在不做轨道控制的条件下，一般 4 颗距离较近的卫星编队构型在轨道周期内存在构型的扁平区。在扁平区内四面体构型可退化为平面构型，这种构型的退化将极大地增加空间电流密度的反演误差。通过增加第 5 颗星，可改善扁平区时的构型指数。下图展示了 3 个轨道周期内不同卫星数量时卫星编队的构型指数变化（左），和不同卫星数量时电流密度反演误差的变化（右）。

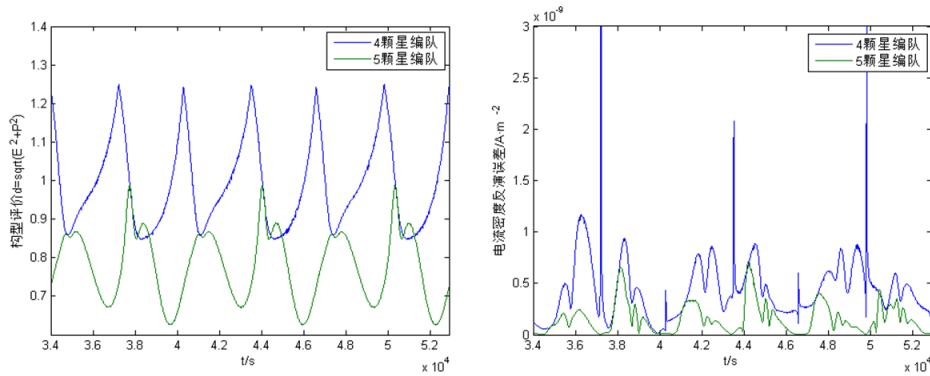


图 5 3 个轨道周期内不同卫星数量时构型指数的变化（左）和反演误差的变化（右）

Fig5. The E-P values and the errors of the inverse current density with different numbers of satellites in 3 orbital periods

在上图中可以看到，4 星编队的构型指数在极区较大，赤道较小；5 星编队的构型指数则是极区较小，赤道较大。在 4 星编队的构型指数最小的一段轨道内（赤道附近），4 星编队的构型较为理想，在增加了第 5 颗星时会在短暂时间内增大构型指数，但是在其他大部分区域，尤其是在 4 颗星编队的扁平区内，5 星编队的反演误差明显小于 4 星编队。所以 5 星编队的构型指数明显优于 4 星编队的构型指数。在极区附近 4 星编队构型指数快速增大，反演误差也快速增大，而 5 星编队构型指数减小，对应反演误差也减小。在赤道附近 4 星编队与 5 星编队的构型指数接近，反演误差也接近。所以卫星编队的反演误差变化与构型指数变化具有较强的正相关性。

#### 4.3. 其他因素

影响电流密度反演误差的因素除了卫星编队构型和卫星数量之外，还包括卫星姿态测量的误差、卫星定位的误差、磁场探测的误差、外部磁场的强度及外部电流密度的强度等因素。在实际测量中上述参数都存在测量典型值。图 6 针对轨道上的一点（东经  $158.52^\circ$ ，南纬  $17.94^\circ$ ，高度  $695.10 \text{ km}$ ），不考虑其他因素的变化和影响，仅考察某一个因素在其典型值的一定范围内变化，对电流密度反演误差的影响。

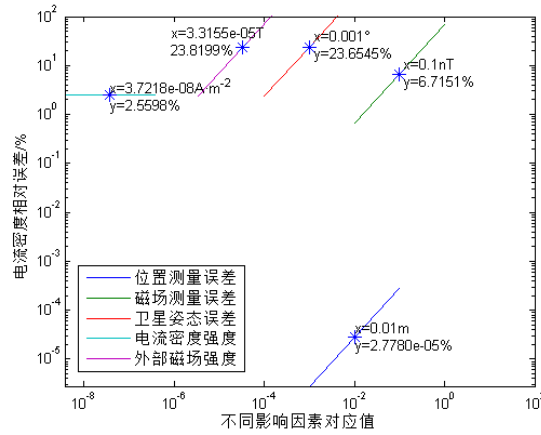


图 6 不同参数影响电流密度反演的误差曲线

Fig6. The errors of the inverse current density influenced by different factors

在图 6 中，横坐标表示各参数在对应单位下的值，纵坐标表示电流密度的反演误差的期望值，星号表示各参数的典型值。由上图可见，卫星姿态测量的误差、磁场测量的误差、外部磁场强度、卫星定位的误差等参数与反演误差之间的关系基本保持了线性关系。由于外部磁场强度的影响是通过卫星姿态测量的误差而体现的，所以它们典型值对应的反演误差是相同的。根据图 6 的误差曲线，卫星定位的误差对反演误差的影响最小，卫星姿态测量的误差与外部磁场强度对反演误差的影响最大，由外部电流密度的强度变化产生的反演电流密度相对误差基本不变，所以在外部环境中出现较强的电流时，如极区出现较强的场向电流时，该方法仍然可以获得较好的相对反演精度。

在按上述误差源的仿真结果，在测量参数及其误差的典型值条件下，由某一特定测量参数导致的电流密度反演误差为：卫星定位的误差为 0.01m 时，反演相对误差约  $2.8 \times 10^{-5} \%$ ；卫星姿态测量的误差为  $0.001^\circ$  和外部磁场的强度为  $3.3 \times 10^4 \text{nT}$  时，反演相对误差约 23.8%；磁场测量的误差为 0.1nT 时，反演相对误差约 6.7%；外部电流密度采用不同的强度时，反演相对误差约 2.6%。

#### 4.4. 主要误差来源

在图 3（右）中南半球有一处明显的误差相对较大区域。通过 4.1-4.3 节的误差分析我们知道，反演误差与外部条件的变化有关，当卫星数量确定和卫星姿态测量的误差、卫星定位的误差与磁场测量的误差等测量因素确定时，反演误差应与卫星编队构型、外部磁场的强度有关。下图展示了在一段轨道上的相关指标的变化曲线，该段轨道跨过误差相对较大的区域。

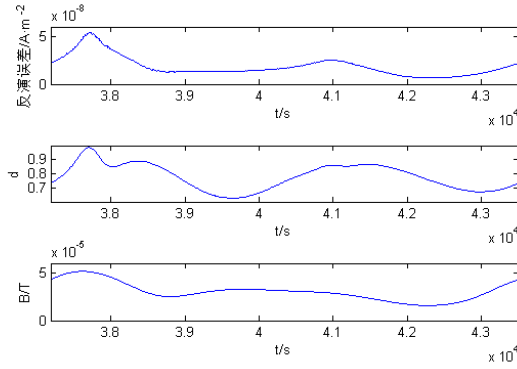


图 7 一段轨道内反演误差与构型指数、外部磁场强度的变化曲线

Fig7. The curves of the errors of the inverse current density and the E-P values and the strengths of the magnetic fields on part of the orbit

在图 7 中，我们可以看到反演误差的变化与构型指数、外部磁场强度的变化具有较强的相关性，相关系数分别达到 0.6432 与 0.8586，与二者的复相关系数则达到 0.9625。在南纬 60° 区域，误差相对偏大的主要原因为：外部磁场强度较大，次要原因为与此同时卫星编队构型指数较差。

## 5. 结论

本文介绍了多点磁场协同探测反演电离层电流密度的方法，通过计算卫星编队几何重心处的磁场梯度张量，进而获得该处的电流密度，通过对探测过程的数值仿真分析及对仿真结果的误差分析，讨论了卫星编队构型、编队卫星数量、卫星定位的误差、卫星姿态测量的误差、磁场测量的误差、外部磁场强度和外部电流密度强度等因素对反演误差的影响，获得如下结论：

- 1) 卫星编队构型越饱满，则反演误差越小，反之越差；卫星编队数量为 5 颗时的反演误差相对于 4 颗有明显改善；
- 2) 卫星姿态测量的误差和外部磁场的强度是反演误差的主要来源，在姿态误差  $0.001^\circ$ 、外部磁场的强度  $3.3 \times 10^4 \text{ nT}$  时，反演相对误差约 23.8%，要实现电离层的电流密度的准确测量，卫星应保证高质量的姿态测量；
- 3) 在设计卫星编队时，在强磁场区，应尽量保持较好的编队构型。

根据仿真结果，采用 5 星编队，当卫星姿态误差  $0.001^\circ$ 、编队尺度约 100km 时，赤道区域电流密度反演误差约为  $8.86 \text{ nAm}^{-2}$ ，此时外部电流密度为  $37.22 \text{ nAm}^{-2}$ ，相对误差约 24%，本文所述的方法可以较好地反演电离层电流密度。

参考文献：

[1] Balogh A, Dunlop M W, Cowley S W H, et al. The Cluster magnetic field

investigation[M]//The Cluster and Phoenix Missions. Springer Netherlands, 1997: 65-91.

[2] Du J, Wang C, Zhang X X, et al. Magnetic field fluctuations in the solar wind, foreshock and magnetosheath: cluster data analysis[J]. 空间科学学报, 2005, 25(5): 368-373.

[3] BAI C, XU W, KANG G Main geomagnetic field models[J]. Progress in Geophysics, 2008, 4: 007. (白春华, 徐文耀, 康国发. 地球主磁场模型[J]. 地球物理学进展, 2008, 23(4).)

[4] 电磁学[M]. 高等教育出版社, 2011.

[5] Escoubet C P, Fehringer M, Goldstein M. Introduction the Cluster mission[C]//Annales Geophysicae. 2001, 19(10/12): 1197-1200.

[6] 刘振兴. 地球空间双星探测计划的国际合作[J]. 中国科学院院刊, 2003, 04: 309-312+325.

[7] Liu Z X. Geospace double star exploration project[J]. CHINESE JOURNAL OF GEOPHYSICS-CHINESE EDITION, 2001, 44(4): 573-U2. (刘振兴. 地球空间双星探测计划[J]. 地球物理学报, 2001, 04: 573-580.)

[8] Angelopoulos V. The THEMIS mission[M]. Springer New York, 2009.

[9] 程征伟. 磁层—电离层耦合场向电流研究[D]. 中国科学院研究生院 (空间科学与应用研究中心), 2007.

[10] Lühr, H., Aylward, A., et al. Ionospheric Current Quantification and Modelling for Improved Magnetic and Electric Field Analyses for Swarm[R]. Final Report of ESTEC Contract No 20943/07/NL/JA, 2008: 62-76

[11] Alken P, Maus S, Richmond A D, et al. The ionospheric gravity and diamagnetic current systems[J]. Journal of Geophysical Research: Space Physics, 2011, 116(A12).

[12] Harvey C. C. Spatial gradients and the volumetric tensor[J]. ISSI scientific reports series, 1998, 1: 307-322.

[13] C. Shen, X. Li, M. Dunlop, Z. X. Liu, A. Balogh, D. N. Baker, M. Hapgood. Analyses on the Geometrical Structure of Magnetic Field in the Current Sheet Based on Cluster Measurements[A]. (中国地球空间双星探测计划科学工作队. 中国地球空间双星

探测计划科学研讨会论文摘要[C].中国地球空间双星探测计划科学工作队.;2002:4.)

[14] Xu W Y. Physics of electromagnetic phenomena of the Earth[J]. Press of University of Science and Technology of China, Hefei, 2009. (徐文耀. 地球电磁现象物理学[M]. 中国科学技术大学出版社, 2009.)

[15]Engels U, Olsen N. Computation of magnetic fields within source regions of ionospheric and magnetospheric currents[J]. Journal of atmospheric and solar-terrestrial physics, 1998, 60(16): 1585-1592.

[16] Robert P, Roux A, Harvey C C, et al. Tetrahedron geometric factors[J]. Analysis Methods for Multi-Spacecraft Data, 1998: 323-348.